

## Musterprüfung

### Terme vereinfachen

1. Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke:

$$\text{a) } -\left(\frac{3}{4}\right)^3 \left(\frac{-y^{2m+4}}{x^{n-2}}\right)^4 : \left[ \left(\frac{y^{6m+3}}{x^{6-6n}}\right)^{-2} \left(\frac{4x^{1-2n}}{3y^{6m+7}}\right)^{-3} \right]$$

$$\text{b) } \left( \frac{\left( a \frac{1}{8} \sqrt[5]{b^4} \right)^2}{a^{\frac{3}{4}} \sqrt{a^{-5} b^{\frac{1}{5}}}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{c) } \log_b \left( b^{\log_a (\sqrt[3]{a})} \right)$$

### Lösen von Gleichungen

2. Lösen Sie folgende Gleichung nach K auf:  $3K^{-\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{5}$

3. Lösen Sie folgende Gleichung durch quadratische Ergänzung (also nicht mit der Formel für quadratische Gleichungen)!  $17x^2 - 4x - \frac{32}{17} = 0$

### Logik und Ungleichungen

4. a) Ist die Bedingung  $x > 0$  hinreichend oder notwendig, damit  $|1-x| - 1 < 0$  wahr ist?  
 b) Ist die Bedingung  $0.5 < x < 1.5$  hinreichend oder notwendig, damit  $|1-x| - 1 < 0$  wahr ist?

**Summen**

5. Schreiben Sie die Summe  $\frac{a_{17}}{b_2^2} - \frac{a_{26}}{b_3^4} + \frac{a_{35}}{b_4^6} - \frac{a_{44}}{b_5^8} + \frac{a_{53}}{b_6^{10}} - \frac{a_{62}}{b_7^{12}} + \frac{a_{71}}{b_8^{14}} - \frac{a_{80}}{b_9^{16}}$  mit Hilfe von Summenzeichen

**Mengenlehre**

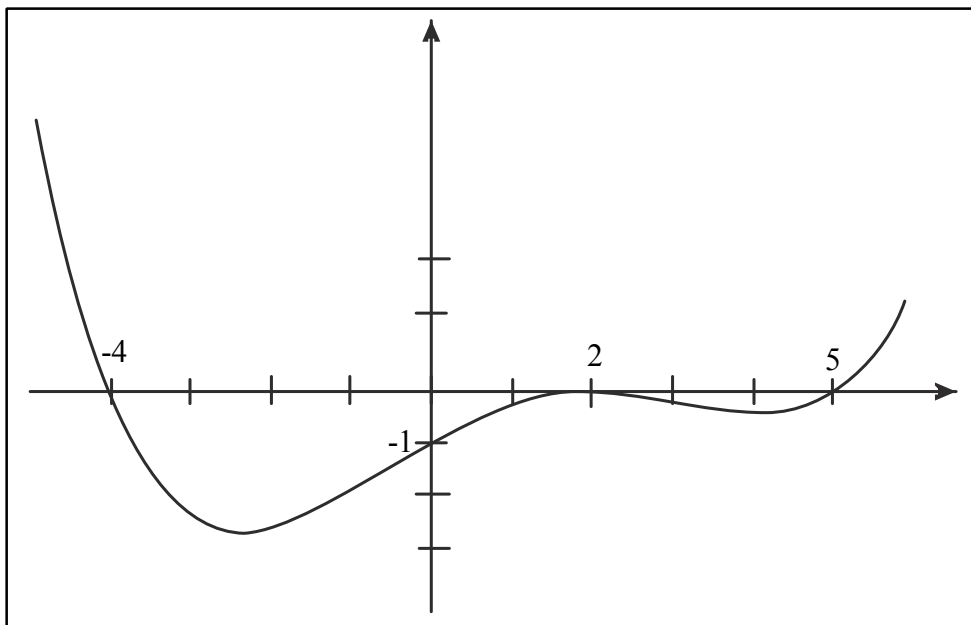
6. Es gibt ein vorbildliches Dorf mit 1000 Einwohnern, in dem immer alle stimmberechtigten entweder an die Urne gehen oder ihre Stimme brieflich abgeben. Ausschliesslich für die Partei A stimmen 100, ausschliesslich für die Partei B stimmen 70 und ausschliesslich für die Partei C stimmen 80. 200 stimmen manchmal für Partei A und manchmal für Partei B aber nie für C. 130 stimmen manchmal für A und manchmal für C, aber nie für B und 180 stimmen manchmal für Partei B und manchmal für Partei C aber nie für A. Es gibt aber in diesem Dorf niemand, der schon Stimmen an alle drei Parteien verteilt hätte.

- Wie viele Einwohner sind nicht stimmberechtigt?
- Welches ist die stimmenmässig stärkste Partei, falls diejenigen, die ihre Stimmen an zwei Parteien vergeben, dies in genau gleich vielen Fällen tun?

**Eigenschaften von Funktionen**

7. Bestimmen Sie vier Geraden, die sich so schneiden, dass ein Quadrat entsteht, wobei eine Ecke des Quadrats die Koordinaten (2|2) und eine benachbarte die Koordinaten (4|-2) haben

8. Bestimmen Sie die Gleichung für eine Polynomfunktion mit folgendem Graph:



**Lösungen:**

1.

a)  $-y^{2m+1} \cdot x^{2n-1}$

b)  $\sqrt{ab}$

c)  $\frac{1}{3}$

2.

$$K^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{K}} = \frac{1}{15L^{\frac{1}{3}}} \Rightarrow K = 225L^{\frac{2}{3}} = 225\sqrt[3]{L^2}$$

3.

$$(\sqrt{17}x - \frac{2}{\sqrt{17}})^2 = 17x^2 - 4x + \frac{4}{17}$$

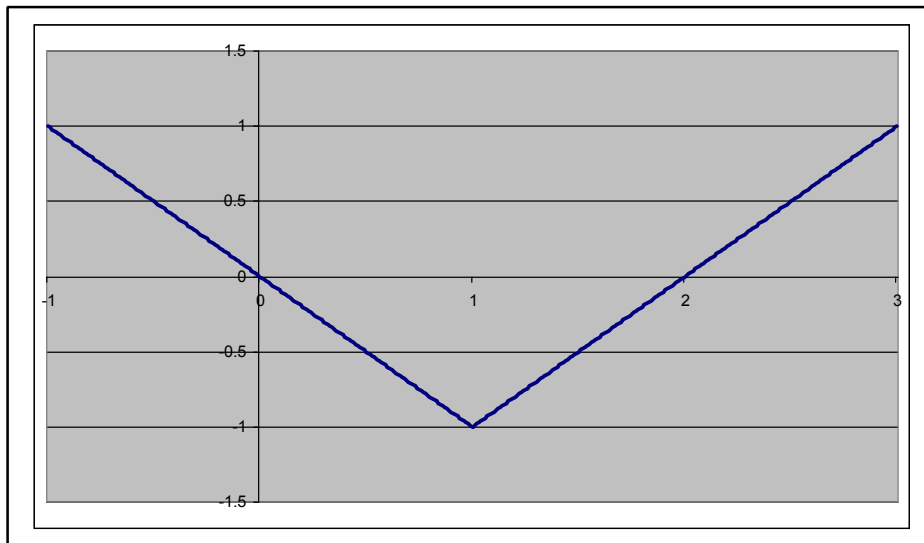
$$\text{Also ist } 0 = 17x^2 - 4x - \frac{32}{17} = (\sqrt{17}x - \frac{2}{\sqrt{17}})^2 - \frac{4}{17} - \frac{32}{17} = (\sqrt{17}x - \frac{2}{\sqrt{17}})^2 - \frac{36}{17}$$

$$\text{oder } (\sqrt{17}x - \frac{2}{\sqrt{17}})^2 = \frac{36}{17}$$

$$\text{bzw. } (\sqrt{17}x - \frac{2}{\sqrt{17}}) = \pm \frac{6}{\sqrt{17}} \text{ oder } x = \frac{2 \pm 6}{17}$$

4.

Der Graph der Funktion  $y = |1 - x| - 1$  sieht so aus:



Daraus ist ersichtlich, dass  $x$  zwischen 0 und 2 liegen muss, wenn  $|1 - x| - 1 < 0$  gelten soll. Umgekehrt folgt aus  $|1 - x| - 1 < 0$  auch, dass  $x$  zwischen 0 und 2 liegt, d.h.

$$|1 - x| - 1 < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$$

a) Wegen  $|1 - x| - 1 < 0 \Rightarrow 0 < x$  ist  $x > 0$  notwendig

b) Wegen  $0.5 < x < 1.5 \Rightarrow 0 < x < 2 \Leftrightarrow |1 - x| - 1 < 0$  ist  $0.5 < x < 1.5$  hinreichend

5.

$$\sum_{i=1}^8 (-1)^{i+1} \frac{a_{8+9i}}{b_{i+1}^{2i}}$$

6.

Die Menge  $M$  der Dorfeinwohner kann wie folgt in disjunkte Mengen zerlegt werden:

$$M = ABC \cup ABc \cup AbC \cup aBC \cup Abc \cup aBc \cup abC \cup abc$$

Dabei bezeichnet z.B.  $A$  die Menge der Einwohner, die für die Partei A stimmen und  $a$  bezeichnet die Menge der Einwohner, die nicht für die Partei A stimmen. Entsprechend für B, C, b, c.  $AB := A \cap B$

Wenn wir mit  $|A|$  die Anzahl der Einwohner bezeichnen, die für die Partei A stimmen, dann können wir aus der Aufgabenstellung folgende Zahlen entnehmen:

$$\begin{aligned} |Abc| &= 100 \\ |aBc| &= 70 \\ |abC| &= 80 \\ |ABc| &= 200 \\ |AbC| &= 130 \\ |aBC| &= 180 \\ |ABC| &= 0 \end{aligned}$$

Damit erhalten wir

$$1000 = 0 + 200 + 130 + 180 + 100 + 70 + 80 + x = 760 + x$$

a) Somit gibt es 240 nicht stimmberechtigte Personen in diesem Dorf.

b)

Die Partei A erhält:  $100 + 100 + 65 = 265$  Stimmen

Die Partei B erhält:  $70 + 100 + 90 = 260$  Stimmen

Die Partei C erhält:  $80 + 65 + 90 = 235$  Stimmen

Somit ist die Partei A die stimmenstärkste Partei

7.

$$\begin{aligned} y &= -2x + 6 \\ y &= 0.5x + 1 \\ y &= 0.5x - 4 \\ y &= -2x - 4 \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} y &= -2x + 6 \\ y &= 0.5x + 1 \\ y &= 0.5x - 4 \\ y &= -2x + 16 \end{aligned}$$

8.

$$\begin{aligned} y &= ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = a(x+4)(x-2)^2(x-5) = a(x+4)(x^2 - 4x + 4)(x-5) = \\ &= a(x+4)(x^2 - 4x + 4)(x-5) = a(x^3 - 12x + 16)(x-5) = a(x^4 - 5x^3 - 12x^2 + 76x - 80) \end{aligned}$$

$$b = -5a$$

$$c = -12a$$

$$d = +76a$$

$$e = -80a$$

Für  $x = 0$  hat die Funktion den Wert  $-80a$  und das muss  $-1$  sein. Somit:

$$-80a = -1$$

$$a = \frac{1}{80} = 0.0125$$

$$y = 0.0125x^4 - 0.0625x^3 - 0.15x^2 + 0.95x - 1$$

